

Oplossen van een vergelijking

Als we twee formules $y = 3 + x$ en $y = x - 2$ aan elkaar gelijkstellen, noemen we dat een **vergelijking**.

In dit voorbeeld wordt de vergelijking: $3 + x = x - 2$.

We kunnen deze **vergelijking oplossen** door te zoeken naar de waarde(n) van x die de vergelijking kloppend maakt:

Een manier om de **oplossing van een vergelijking** te vinden is **proberen**:

- Vervang de variabele x in de vergelijking door een getal.
- Berekenen de uitkomst links en rechts van het '='-teken.
- Als de uitkomst links en rechts van het '='-teken gelijk is, dan klopt de vergelijking.
- Kunnen er meer getallen zijn die de vergelijking kloppend maken? Dan moet je verder zoeken.

----- Voorbeeld -----

Los de vergelijking $47 + x = 73$ op.

Oplossing:

$$x = 26$$

Uitleg:

Je kunt de vergelijking oplossen door verschillende getallen te proberen:

Als je voor x het getal 25 invult klopt de uitkomst niet:

$$47 + 25 \neq 73$$

Als je voor x het getal 26 invult, dan klopt de vergelijking wel:

$$47 + 26 = 73$$

Je schrijft de oplossing als: $x = 26$.

De oplossing van een vergelijking controleren

We kunnen eenvoudig controleren of de oplossing van een vergelijking juist is:

 Vul de oplossing in op de plaats van de variabele en bereken of de vergelijking klopt.

----- Voorbeeld 1 -----

Welke oplossing hoort bij de vergelijking $2x + 24 = 46$?

Kies uit:

$x = 10$

$x = 11$

$x = 12$

Oplossing:

 $x = 11$

Uitleg:

Vul de gegeven oplossingen in op de plaats van x en maak de berekeningen:

$$2 \cdot 10 + 24 = 44$$

$$2 \cdot 11 + 24 = 46$$

$$2 \cdot 12 + 24 = 48$$

De oplossing is $x = 11$, want 11 maakt de vergelijking $2x + 24 = 46$ kloppend.

----- Voorbeeld 2 -----

Is onderstaande bewering juist of onjuist?

De vergelijking $30 + 3x = 48$ heeft als oplossing $x = 6$.

Juist

Onjuist

Oplossing:

Juist

Onjuist

Uitleg:

De oplossing van een vergelijking controleren

Vul 6 in op de plaats van x en je krijgt:

$$30 + 3 \cdot 6 = 48 \text{ (klopt)}$$

$x = 6$ is dus een juiste oplossing.

----- Voorbeeld 3 -----

Is de volgende bewering juist of onjuist?

De vergelijking $3x + 2 = 2x + 4$ heeft als oplossing $x = 3$.

- Juist
- Onjuist

Oplossing:

- Juist
- Onjuist

Uitleg:

Vul 3 in op de plaats van x en je krijgt:

$$3 \cdot 3 + 2 = 2 \cdot 3 + 4$$

$$11 = 10 \quad \text{(klopt niet)}$$

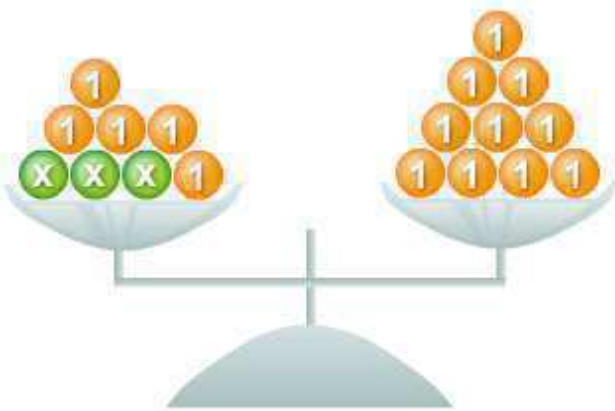
$x = 3$ is dus geen juiste oplossing; De bewering is onjuist.

Vergelijkingen kunnen we weergeven met een balans. Op elke schaal staat één deel van de vergelijking. De balans is in evenwicht als het linkerdeel gelijk is aan het rechterdeel.

----- Voorbeeld 1 -----

Welke vergelijking wordt op de balans weergegeven?

$3x + 5 = 10$:



Linkerkant:

We zien drie keer een x en vijf keer een 1 . Dit komt overeen met: $3x + 5$.

Rechterkant:

We zien tien keer een 1 . Rechts staat dus 10 .

Samen:

Als de balans in evenwicht is geldt: links = rechts.

De balans toont dus de vergelijking:

$3x + 5 = 10$.

----- Voorbeeld 2 -----

Welke vergelijking wordt op de balans weergegeven?

$2x + 5 = 3x + 3$:



Linkerkant:

Hier zie je twee keer een x en vijf keer een 1 . Dit komt overeen met: $2x + 5$.

Rechterkant:

Hier zie je drie keer een x en drie keer een 1 . Dit komt overeen met: $3x + 3$.

Samen:

Als de balans in evenwicht is geldt: links = rechts.

De balans toont de vergelijking: $2x + 5 = 3x + 3$.

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

We kunnen een vergelijking oplossen met de balansmethode:

De oplossing van een vergelijking blijft gelijk als we aan beide kanten van het '='-teken:

- hetzelfde getal of dezelfde variabele optellen
- hetzelfde getal of dezelfde variabele aftrekken
- vermenigvuldigen met hetzelfde getal of dezelfde variabele (niet 0)
- delen door hetzelfde getal of dezelfde variabele (niet 0).

We kunnen de balansmethode gebruiken om een vergelijking stapsgewijs op te lossen:

- verzamel alle termen met variabele x aan één kant
- verzamel alle getallen aan de andere kant
- bereken de waarde(n) van de variabele x .

----- Voorbeeld 1 -----

Welke bewerking is hier uitgevoerd?

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

Oplossing:

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$- 2x \quad - 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

Uitleg:

Er is aan beide kanten van de vergelijking $2x$ afgetrokken.

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$- 2x \quad - 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

----- Voorbeeld 2 -----

Los de vergelijking op:

$$3 + 4(x + 1) = 2x + 5$$

Oplossing:

$$x = -1$$

Uitleg:

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

$$\begin{aligned}3 + 4(x + 1) &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten haakjes wegwerken} \\3 + 4x + 4 &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten gelijksoortige termen en getallen samennemen} \\7 + 4x &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten } 2x \text{ aftrekken} \\-2x & \quad -2x && \\7 + 2x &= 5 && | \text{ aan beide kanten } 7 \text{ aftrekken} \\-7 & \quad -7 && \\2x &= -2 && | \text{ beide kanten door } 2 \text{ delen} \\+2 & \quad +2 && \\x &= -1 && \end{aligned}$$

Vergelijkingen oplossen met een balans

Vergelijkingen kunnen we weergeven met een balans. Op elke schaal staat één deel van de vergelijking. De balans is in evenwicht als het linkerdeel gelijk is aan het rechterdeel.

De balans blijft in evenwicht als we:

- aan beide schalen hetzelfde toevoegen
- van beide schalen hetzelfde afhalen

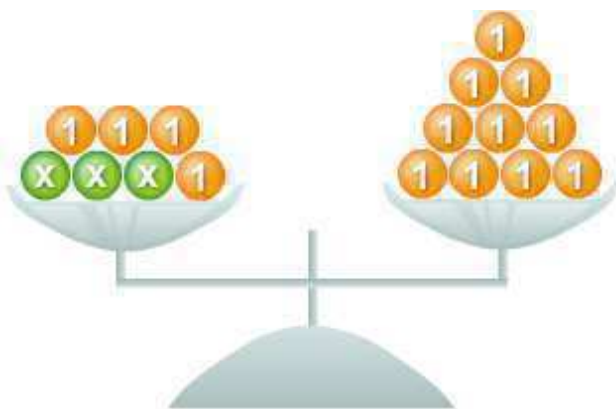
Voor de vergelijking betekent dit dat de oplossing gelijk blijft als we:

- aan beide zijden hetzelfde optellen
- aan beide zijden hetzelfde aftrekken
- beide zijden met hetzelfde getal vermenigvuldigen
- beide zijden door hetzelfde getal delen

We kunnen de balans gebruiken om een vergelijking stapsgewijs op te lossen:

- alle termen met variabele x aan één kant te verzamelen
- alle getallen aan de andere kant te verzamelen.
- de waarde(n) van de variabele x te berekenen.

----- Voorbeeld 1 -----



Los de vergelijking op die hoort bij deze balans.

Oplossing:

$$x = 2$$

Vergelijkingen oplossen met een balans

Uitleg:

De balans toont de vergelijking $3x + 4 = 10$.
Alle ballen met x liggen al links, het is dan handig om alle ballen met 1 rechts te verzamelen.

Als we links 4 ballen met waarde 1 weghalen, houden we links alleen ballen met x over.
Om de balans in evenwicht te houden, moeten we rechts ook 4 ballen met 1 weghalen.

Voor de vergelijking betekent dit dat we aan beide kanten 4 aftrekken:

$$\begin{array}{r} 3x + 4 = 10 \\ -4 \quad -4 \\ \hline 3x = 6 \end{array}$$

De nieuwe vergelijking zie je op de tweede balans.

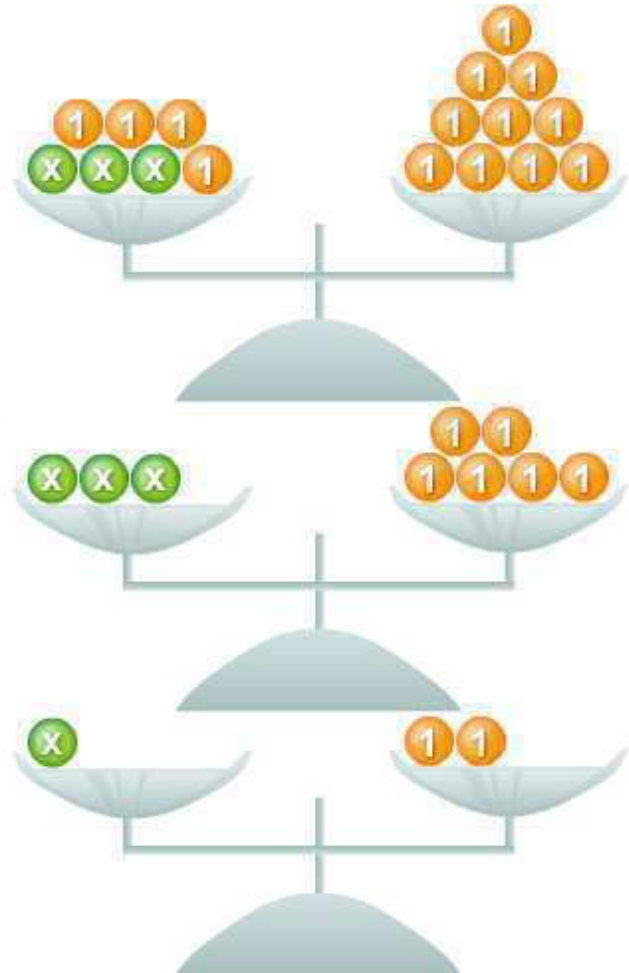
We kunnen deze vergelijking oplossen door beide kanten te delen door 3.

$$\begin{array}{r} 3x = 6 \\ \div 3 \quad \div 3 \\ \hline x = 2 \end{array}$$

Dit geeft de derde balans.

De oplossing is dus $x = 2$.

----- Voorbeeld 2 -----



Los de vergelijking op die hoort bij deze balans.

Oplossing:

$$x = 2$$

Vergelijkingen oplossen met een balans

Uitleg:

De balans toont de vergelijking $3x + 5 = 4x + 3$. Omdat rechts meer ballen met x liggen dan links, is het in dit voorbeeld handig om x rechts te verzamelen.

Op de weegschaal ligt links het getal 5 en rechts het getal 3. We kunnen het getal rechts weghalen door van beide schalen 3 af te halen:

$$\begin{array}{r} 3x + 5 = 4x + 3 \\ -3 \quad -3 \\ \hline 3x + 2 = 4x \end{array}$$

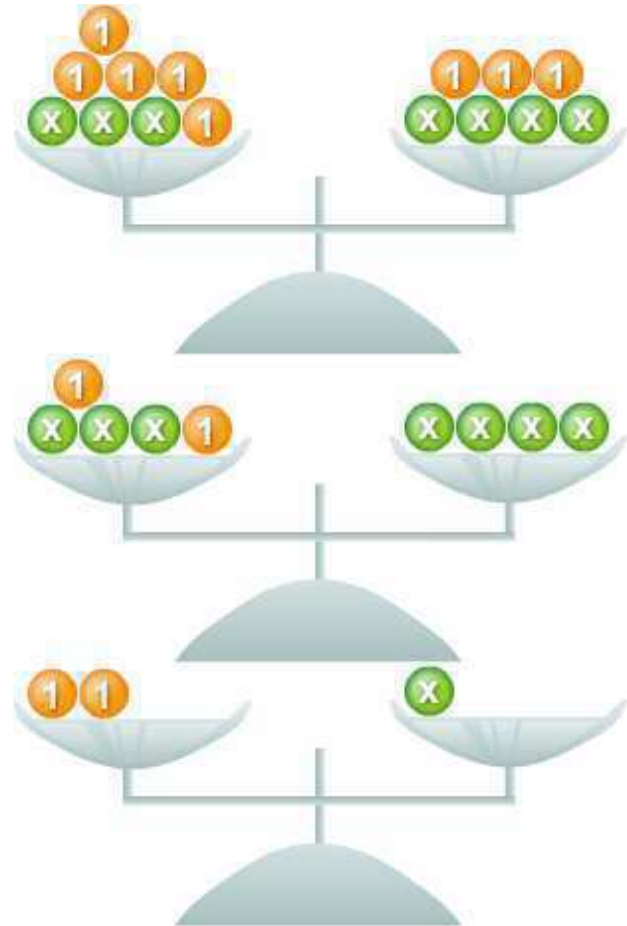
Dit geeft de tweede balans.

Links ligt het getal $3x$ en rechts het getal $5x$. We kunnen het getal links weghalen door van beide schalen het getal $3x$ af te halen:

$$\begin{array}{r} 3x + 2 = 4x \\ -3x \quad -3x \\ \hline 2 = x \end{array}$$

Dit geeft de derde balans.

De oplossing van de vergelijking is $x = 2$.



Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

We kunnen een vergelijking oplossen met de balansmethode:

De oplossing van een vergelijking blijft gelijk als we aan beide kanten van het '='-teken:

- hetzelfde getal of dezelfde variabele optellen
- hetzelfde getal of dezelfde variabele aftrekken
- vermenigvuldigen met hetzelfde getal of dezelfde variabele (niet 0)
- delen door hetzelfde getal of dezelfde variabele (niet 0).

We kunnen de balansmethode gebruiken om een vergelijking stapsgewijs op te lossen:

- verzamel alle termen met variabele x aan één kant
- verzamel alle getallen aan de andere kant
- bereken de waarde(n) van de variabele x .

----- Voorbeeld 1 -----

Welke bewerking is hier uitgevoerd?

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

..... Oplossing:

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$- 2x \quad - 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

Uitleg:

Er is aan beide kanten van de vergelijking $2x$ afgetrokken.

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$- 2x \quad - 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

----- Voorbeeld 2 -----

Los de vergelijking op:

$$3 + 4(x + 1) = 2x + 5$$

Oplossing:

$$x = -1$$

Uitleg:

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

$$\begin{aligned} 3 + 4(x + 1) &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten haakjes wegwerken} \\ 3 + 4x + 4 &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten gelijksoortige termen en getallen samennemen} \\ 7 + 4x &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten } 2x \text{ aftrekken} \\ -2x \quad -2x &&& \\ 7 + 2x &= 5 && | \text{ aan beide kanten } 7 \text{ aftrekken} \\ -7 \quad -7 &&& \\ 2x &= -2 && | \text{ beide kanten door } 2 \text{ delen} \\ \div 2 \quad \div 2 &&& \\ x &= -1 && \end{aligned}$$

Vergelijkingen veranderen

We kunnen elke vergelijking veranderen, zolang we de **balansmethode** gebruiken: links en rechts van het '='-teken dezelfde bewerking.

Dan heeft de vergelijking nog steeds dezelfde oplossing.

----- Voorbeeld -----

Verander $3x + 7 = 16$ met de balansmethode op zo'n manier dat je de vergelijking $x = 3$ krijgt.

Oplossing:

Ja, de twee vergelijkingen zijn gelijkwaardig.

De oplossing van beide vergelijkingen is namelijk $x = 3$.

----- Voorbeeld -----

Verander $3x = 12$ met de balansmethode op zo'n manier dat je de vergelijking $x + 5 = 9$ krijgt.

----- Oplossing:

$$\begin{array}{r} x + 5 = 9 \\ -5 \quad -5 \\ \hline x = 4 \\ \times 3 \quad \times 3 \\ \hline 3x = 12 \end{array}$$

Uitleg:

Links en rechts van het '='-teken doe je steeds hetzelfde.

Doe dit op zo'n manier dat je de tweede vergelijking krijgt.

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

We kunnen een vergelijking oplossen met de balansmethode:

De oplossing van een vergelijking blijft gelijk als we aan beide kanten van het '='-teken:

- hetzelfde getal of dezelfde variabele optellen
- hetzelfde getal of dezelfde variabele aftrekken
- vermenigvuldigen met hetzelfde getal of dezelfde variabele (niet 0)
- delen door hetzelfde getal of dezelfde variabele (niet 0).

We kunnen de balansmethode gebruiken om een vergelijking stapsgewijs op te lossen:

- verzamel alle termen met variabele x aan één kant
- verzamel alle getallen aan de andere kant
- bereken de waarde(n) van de variabele x .

----- Voorbeeld 1 -----

Welke bewerking is hier uitgevoerd?

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

Oplossing:

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$- 2x \quad - 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

Uitleg:

Er is aan beide kanten van de vergelijking $2x$ afgetrokken.

$$5 + 4x = 19 + 2x$$

$$- 2x \quad - 2x$$

$$5 + 2x = 19$$

----- Voorbeeld 2 -----

Los de vergelijking op:

$$3 + 4(x + 1) = 2x + 5$$

Oplossing:

$$x = -1$$

Uitleg:

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

$$\begin{aligned} 3 + 4(x + 1) &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten haakjes wegwerken} \\ 3 + 4x + 4 &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten gelijksoortige termen en getallen samennemen} \\ 7 + 4x &= 2x + 5 && | \text{ aan beide kanten } 2x \text{ aftrekken} \\ -2x & -2x && \\ 7 + 2x &= 5 && | \text{ aan beide kanten } 7 \text{ aftrekken} \\ -7 & -7 && \\ 2x &= -2 && | \text{ beide kanten door } 2 \text{ delen} \\ \div 2 & \div 2 && \\ x &= -1 && \end{aligned}$$

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

Een **vergelijking** kunnen we weergeven met een weegschaal.
De weegschaal is in evenwicht → linkerkant = rechterkant
Een ander woord voor weegschaal is **balans**.

We kunnen de vergelijking oplossen met de **balansmethode**:

Stap 1. Alle termen met x naar de linkerkant.

Stap 2. Alle getallen naar de rechterkant.

Stap 3. Aan de linkerkant $1 \cdot x$ overhouden.

----- Voorbeeld 1 -----

Los op met de balansmethode:

$$7x + 20 = 48$$

Stap 1. Alle termen met x naar de linkerkant → staat al goed

Stap 2. Alle getallen naar de rechterkant → links en rechts 20 aftrekken:

$$7x + 20 = 48$$

$$\begin{array}{r} -20 \quad -20 \\ 7x + 20 = 48 \\ \hline 7x = 28 \end{array}$$

$$7x = 28$$

Stap 3. Aan de linkerkant $1 \cdot x$ overhouden → links en recht door 7 delen:

$$7x = 28$$

$$\begin{array}{r} \div 7 \quad \div 7 \\ 7x = 28 \\ \hline x = 4 \end{array}$$

$$x = 4$$

----- Voorbeeld 2 -----

Vergelijkingen oplossen met de balansmethode

Los op met de balansmethode:

$$-2x + 13 = 9x + 24$$

Stap 1. Alle termen met x naar de linkerkant \rightarrow links en rechts $9x$ aftrekken:

$$-2x + 13 = 9x + 24$$

$$\quad -9x \quad -9x$$

$$-11x + 13 = 24$$

Stap 2. Alle getallen naar de rechterkant \rightarrow links en rechts 13 aftrekken:

$$-11x + 13 = 24$$

$$\quad -13 \quad -13$$

$$-11x = 11$$

Stap 3. Aan de linkerkant $1 \cdot x$ overhouden \rightarrow links en recht door -11 delen:

$$-11x = 11$$

$$\div -11 \quad \div -11$$

$$x = -1$$

Het snijpunt van twee lijnen berekenen

Als twee lijnen elkaar snijden, zijn in het snijpunt de formules van de lijnen aan elkaar gelijk. Dit kunnen we gebruiken om de coördinaten van het snijpunt te berekenen.

Twee **niet evenwijdige** lijnen hebben **altijd** één snijpunt.

De coördinaten van het snijpunt berekenen we in drie stappen:

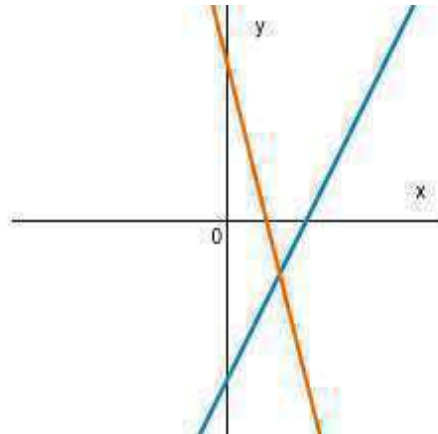
1. We stellen de formules van de lijnen aan elkaar gelijk.
2. We bepalen de x -coördinaat van het snijpunt door de vergelijking op te lossen.

----- Voorbeeld -----

Bepaal het snijpunt S van de lijnen f en g :

$$f: y = 2x - 3$$

$$g: y = -4x + 3$$



Oplossing

$$S(1; -1)$$

Uitleg:

Stap 1. Stel de formules van de lijnen aan elkaar gelijk:

$$2x - 3 = -4x + 3$$

Stap 2. Los de vergelijking op:

$$2x - 3 = -4x + 3$$

$$+4x \quad +4x$$

$$6x - 3 = 3$$

$$+3 \quad +3$$

$$6x = 6$$

$$+6 \quad +6$$

$$x = 1$$

Stap 3. Vul het antwoord $x = 1$ in één van de formules in:

Het snijpunt van twee lijnen berekenen

$$\begin{aligned}y &= 2x - 3 \\ &= 2 \cdot 1 - 3 \\ &= 2 - 3 \\ &= -1\end{aligned}$$

De y-coördinaat is dus **-1**.

Het snijpunt van de twee lijnen is het punt S(**1**; **-1**).

Vergelijkingen met haakjes oplossen met de balansmethode

In vergelijkingen met haakjes moeten we eerst de **haakjes wegwerken voordat** we de **balansmethode** kunnen toepassen.

Daarna kunnen we de balansmethode gebruiken om de vergelijking stapsgewijs op te lossen:



- verzamel alle termen met variabele x aan één kant
- verzamel alle getallen aan de andere kant
- bereken de waarde(n) van de variabele x .

----- Voorbeeld -----

Los de vergelijking $3(x + 6) = 2(2x - 3)$ op.

Oplossing:

$$x = 24$$

Uitleg:

We werken eerst de haakjes weg. Daarna gebruiken we de balansmethode om de vergelijking op te lossen.

$$\begin{array}{l}
 3(x + 6) = 2(2x - 3) \quad | \text{ haakjes wegwerken} \\
 3x + 18 = 4x - 6 \quad | \text{ aan beide kanten } 3x \text{ aftrekken} \\
 \quad -3x \quad -3x \\
 18 = x - 6 \quad | \text{ aan beide kanten } 6 \text{ optellen} \\
 \quad +6 \quad +6 \\
 24 = x
 \end{array}$$

Dus:

$$x = 24$$

Verhaalsommen schrijven als vergelijking

We kunnen veel verhaalsommen oplossen door een **vergelijking** op te stellen die bij de situatie past:

Bij het maken van een verhaalsom wordt dit stappenplan gevolgd:

- Stap 1: Gegeven en gevraagd.
- Stap 2: Tussentapen.
- Stap 3: Einduitkomst.



De tussentapen bij deze verhaalsommen zijn:

- het kiezen van een geschikte variabele
- schrijf de gegevens op als vergelijking.

----- Voorbeeld -----

Bram is 26 jaar jonger dan zijn vader. Samen zijn ze 60.

Stel de vergelijking op die bij deze situatie past.

----- Oplossing: -----

$$x + (x - 26) = 60$$

Uitleg:

----- Gegeven en gevraagd -----

Gegeven: Bram is 26 jaar jonger dan zijn vader.
Samen zijn ze 60.

Gevraagd: Stel de vergelijking op.

----- Tussentapen -----

Stap 1: Kies een juiste variabele.

Neem x als leeftijd van de vader omdat de leeftijd van Bram is afgeleid van de leeftijd van zijn vader.

Stap 2: Schrijf de gegevens op als vergelijking.

$$\text{Brams leeftijd} = x - 26.$$

$$\text{Leeftijd vader} = x$$

$$\text{Totale leeftijd} = \text{Bram} + \text{vader} = 60.$$

----- Einduitkomst -----

$$x + (x - 26) = 60$$

Verhaalsommen zijn gemakkelijk op te lossen wanneer we **stap voor stap** te werk gaan.

Bij het maken van een verhaalsom wordt dit stappenschema gevolgd:



- Stap 1: Gegeven en gevraagd.
- Stap 2: Tussenstappen.
- Stap 3: Einduitkomst.

Stap 1: Gegeven en gevraagd

Begin met het goed lezen van de verhaalsom. Als je het na één keer lezen niet begrijpt, lees je de verhaalsom nog één of twee keer. Zorg ervoor dat je goed begrijpt wat je moet uitrekenen.

Schrijf de gegeven informatie en wat gevraagd wordt op.

Stap 2: Tussenstappen

Bij het maken van verhaalsommen moet je zelf bepalen welke tussenstappen nodig zijn.

Een tussenstap kan zijn:

- Het kiezen van variabelen
 - Het opstellen van een vergelijking
 - Het oplossen van een vergelijking
 - Het berekenen van een variabele
-

Stap 3: Einduitkomst

Bereken nu de einduitkomst en controleer of je antwoord klopt.

----- Voorbeeld -----

Nick is twee keer zo oud als Tim. Over vier jaar is Nick 30 jaar oud. Hoe oud is Tim?

Oplossing:

Tim is 13 jaar oud.

Uitleg:

----- Gegeven en gevraagd -----

Gegeven: Nick is twee keer zo oud als Tim.
Over vier jaar is Nick 30 jaar oud.

Verhaalsommen oplossen

Gevraagd: Hoe oud is Tim?

----- Tussenstappen -----

Stap 1: Schrijf de gegevens als vergelijking.Variabele x staat voor de leeftijd van Tim.Nick is twee keer zo oud als Tim: Zijn leeftijd is nu: $2x$.Over vier jaar is Nick 30 jaar oud: Zijn leeftijd is dan: $2x + 4 = 30$.**Stap 2:** Los de vergelijking op met de balansmethode

$$2x + 4 = 30$$

$$\begin{array}{r} -4 \\ -4 \end{array}$$

$$2x = 26$$

$$\begin{array}{r} \div 2 \\ \div 2 \end{array}$$

$$x = 13$$

----- Einduitkomst en controle -----

Tim is 13 jaar oud.

Controleer of dit klopt:

$$13 \cdot 2 + 4 = 30$$

Klopt!

----- Voorbeeld -----

Een marktkoopman besluit appels te verkopen op de markt. Hij betaalt €80 per dag voor zijn kraam en wil minimaal €40 winst maken. De marktkoopman betaalt zelf €18 voor 15 kilo appels. Hij kan per kilo appels €2 vragen. Hoeveel kilo appels moet hij per dag verkopen om genoeg te verdienen?

Oplossing:

De marktkoopman moet 150 kilo appels verkopen.

Uitleg:

----- Gegeven en gevraagd -----

Gegeven: De kosten van de marktkoopman zijn €80 per dag voor zijn kraam en €18 voor 15 kilo appels.
Zijn opbrengst is €2 per kilo appels.
De marktkoopman wil per dag €40 verdienen.

Gevraagd: Hoeveel kilo appels moet de marktkoopman per dag verkopen om genoeg te verdienen?

Verhaalsommen oplossen

----- Tussenstappen -----

Stap 1: Kies een variabele.Variabele **x** staat voor het aantal kilo appels.**Stap 2:** Bereken hoeveel de koopman betaalt per kilo appels.De kostprijs is: $18 \div 15 = \text{€}1,20$ per kilo appels.**Stap 3:** Schrijf de kosten en omzet per dag als formule:

Kosten = $\text{€}80 + \text{€}1,20 \cdot x$

Omzet = $\text{€}2,00 \cdot x$

Stap 4: Stel een vergelijking op en bereken **x**.

verdiensen = omzet - kosten

$$40 = 2,00 \cdot x - (80 + 1,20 \cdot x) \quad | \quad \text{werk de haakjes weg}$$

$$40 = 2,00x - 80 - 1,20x \quad | \quad \text{neem gelijke termen samen}$$

$$40 = 0,80x - 80$$

$$+ 80 \quad + 80$$

$$120 = 0,80x$$

$$\div 0,80 \quad \div 0,80$$

$$150 = x$$

----- Einduitkomst en controle -----

De marktkoopman moet dus **150 kilo** appels verkopen om genoeg te verdienenControleer of dit klopt: $2,00 \cdot 150 - (80 + 1,20 \cdot 150) = 40 \rightarrow$ Klopt!

Leeftijdspuzzels

Leeftijdspuzzels zijn een populaire vorm van verhaalsommen.

 **Belangrijk om te onthouden bij leeftijdspuzzels:**
Leeftijden zijn hele getallen en altijd positief.

----- Voorbeeld -----

Meneer Koning is vijf keer zo oud als zijn zoon, Ruben.
Drie jaar geleden was meneer Koning acht keer zo oud als zijn zoon.
Hoe oud zijn meneer Koning en Ruben nu?

Oplossing

Ruben is nu 7 jaar oud en meneer Koning is 35.

Uitleg:

----- Gegeven en gevraagd -----

Gegeven: Meneer Koning is vijf keer zo oud als zijn zoon Ruben.
Drie jaar geleden was hij acht keer zo oud als zijn zoon.

Gevraagd: Hoe oud zijn meneer Koning en Ruben nu?

----- Tussenschappen -----

Stap 1: Schrijf als formule.

Voor Rubens leeftijd nu gebruiken we x .

Meneer Konings leeftijd nu is $5x$.

Rubens leeftijd drie jaar geleden is $x - 3$.

Meneer Konings leeftijd drie jaar geleden is $5x - 3$.

Meneer Konings leeftijd drie jaar geleden kan ook geschreven worden als $8(x - 3)$.

Stap 2: Schrijf als vergelijking.

Je ziet dat meneer Konings leeftijd drie jaar geleden op twee manieren geschreven kan worden.

We schrijven deze twee formules links en rechts van het '='-teken. De vergelijking ziet er dan zo uit:

$$5x - 3 = 8(x - 3)$$

Stap 3: Los de vergelijking op.

Leeftijdspuzzels

$$\begin{aligned}5x - 3 &= 8(x - 3) \quad | \text{ Werk de haakjes weg} \\5x - 3 &= 8x - 24 \\+ 24 - 5x \quad + 24 - 5x \\21 &= 3x \\ \div 3 \quad \div 3 \\7 &= x\end{aligned}$$

----- Einduitkomst -----

Rubens leeftijd nu is $x = 7$.

Meneer Konings leeftijd nu is $5 \cdot 7 = 35$.

Ruben is nu 7 jaar oud en meneer Koning is 35.

----- Controleren -----

Rubens leeftijd drie jaar geleden is $7 - 3 = 4$.

Meneer Konings leeftijd drie jaar geleden is $5 \cdot 7 - 3 = 32$.

Meneer Konings leeftijd drie jaar geleden is $8(7 - 3) = 32$.

Meneer Konings is vijf keer zo oud als Ruben: $7 \cdot 5 = 35$.

Meneer Konings was drie jaar geleden acht keer zo oud als Ruben: $4 \cdot 8 = 32$.

De antwoorden komen met elkaar overeen, onze antwoorden zijn juist.

Verhaalsommen zijn gemakkelijk op te lossen wanneer we **stap voor stap** te werk gaan.

Bij het maken van een verhaalsom wordt dit stappenschema gevolgd:



- Stap 1: Gegeven en gevraagd.
- Stap 2: Tussenstappen.
- Stap 3: Einduitkomst.

Stap 1: Gegeven en gevraagd

Begin met het goed lezen van de verhaalsom. Als je het na één keer lezen niet begrijpt, lees je de verhaalsom nog één of twee keer. Zorg ervoor dat je goed begrijpt wat je moet uitrekenen.

Schrijf de gegeven informatie en wat gevraagd wordt op.

Stap 2: Tussenstappen

Bij het maken van verhaalsommen moet je zelf bepalen welke tussenstappen nodig zijn.

Een tussenstap kan zijn:

- Het kiezen van variabelen
 - Het opstellen van een vergelijking
 - Het oplossen van een vergelijking
 - Het berekenen van een variabele
-

Stap 3: Einduitkomst

Bereken nu de einduitkomst en controleer of je antwoord klopt.

----- Voorbeeld -----

Nick is twee keer zo oud als Tim. Over vier jaar is Nick 30 jaar oud. Hoe oud is Tim?

Oplossing:

Tim is 13 jaar oud.

Uitleg:

----- Gegeven en gevraagd -----

Gegeven: Nick is twee keer zo oud als Tim.
Over vier jaar is Nick 30 jaar oud.

Verhaalsommen oplossen

Gevraagd: Hoe oud is Tim?

----- Tussenstappen -----

Stap 1: Schrijf de gegevens als vergelijking.

Variabele x staat voor de leeftijd van Tim.

Nick is twee keer zo oud als Tim: Zijn leeftijd is nu: $2x$.

Over vier jaar is Nick 30 jaar oud: Zijn leeftijd is dan: $2x + 4 = 30$.

Stap 2: Los de vergelijking op met de balansmethode

$$2x + 4 = 30$$

$$\begin{array}{r} -4 \\ -4 \end{array}$$

$$2x = 26$$

$$\begin{array}{r} \div 2 \\ \div 2 \end{array}$$

$$x = 13$$

----- Einduitkomst en controle -----

Tim is 13 jaar oud.

Controleer of dit klopt:

$$13 \cdot 2 + 4 = 30 \quad \text{Klopt!}$$

----- Voorbeeld -----

Een marktkoopman besluit appels te verkopen op de markt. Hij betaalt €80 per dag voor zijn kraam en wil minimaal €40 winst maken. De marktkoopman betaalt zelf €18 voor 15 kilo appels. Hij kan per kilo appels €2 vragen. Hoeveel kilo appels moet hij per dag verkopen om genoeg te verdienen?

Oplossing:

De marktkoopman moet 150 kilo appels verkopen.

Uitleg:

----- Gegeven en gevraagd -----

Gegeven: De kosten van de marktkoopman zijn €80 per dag voor zijn kraam en €18 voor 15 kilo appels.
Zijn opbrengst is €2 per kilo appels.
De marktkoopman wil per dag €40 verdienen.

Gevraagd: Hoeveel kilo appels moet de marktkoopman per dag verkopen om genoeg te verdienen?

Verhaalsommen oplossen

----- Tussenstappen -----

Stap 1: Kies een variabele.Variabele **x** staat voor het aantal kilo appels.**Stap 2:** Bereken hoeveel de koopman betaalt per kilo appels.De kostprijs is: $18 \div 15 = \text{€}1,20$ per kilo appels.**Stap 3:** Schrijf de kosten en omzet per dag als formule:

Kosten = $\text{€}80 + \text{€}1,20 \cdot x$

Omzet = $\text{€}2,00 \cdot x$

Stap 4: Stel een vergelijking op en bereken **x**.

verdiensen = omzet - kosten

$$40 = 2,00 \cdot x - (80 + 1,20 \cdot x) \quad | \quad \text{werk de haakjes weg}$$

$$40 = 2,00x - 80 - 1,20x \quad | \quad \text{neem gelijke termen samen}$$

$$40 = 0,80x - 80$$

$$+ 80 \quad + 80$$

$$120 = 0,80x$$

$$\div 0,80 \quad \div 0,80$$

$$150 = x$$

----- Einduitkomst en controle -----

De marktkoopman moet dus **150 kilo** appels verkopen om genoeg te verdienenControleer of dit klopt: $2,00 \cdot 150 - (80 + 1,20 \cdot 150) = 40 \rightarrow$ Klopt!

Bij nummerpuzzels staan de berekeningen letterlijk in de tekst. We lezen de tekst eerst goed door. Als we begrijpen wat de vraag is, zetten we de berekeningen om in de juiste term. Vervolgens kunnen we het antwoord berekenen.

----- Voorbeeld 1 -----

De som van drie getallen is 95. Het tweede getal is 13 groter dan het eerste getal. Het derde getal is 6 kleiner dan het tweede getal. Wat zijn de drie getallen?

Oplossing:

De drie getallen zijn 25, 38 en 32.

Uitleg:

----- Gegeven en gevraagd -----

Gegeven: De som van drie getallen is 95.
Het tweede getal is dertien groter dan het eerste getal.
Het derde getal is zes kleiner dan het tweede getal.

Gevraagd: Wat zijn de drie getallen?

----- Tussenschappen -----

Stap 1: Schrijf als formule.

Variabele x staat voor het eerste getal.

Het tweede getal is
 $x + 13$

Het derde getal is
 $x + 13 - 6$
 $= x + 7$

De som van de drie getallen is:
 $(x + 13) + x + (x + 7)$
 $= x + 13 + x + x + 7$

Stap 2: Schrijf als vergelijking.

We kunnen nu de volgende vergelijking opstellen:
 $x + x + 13 + x + 7 = 95$

Stap 3: Los de vergelijking op.

Nummerpuzzels

$$\begin{aligned}
 x + 13 + x + x + 7 &= 95 && \text{(neem de gelijksoortige termen samen)} \\
 3x + 20 &= 95 \\
 - 20 & - 20 \\
 3x &= 75 \\
 \div 3 & \div 3 \\
 x &= 25
 \end{aligned}$$

----- Einduitkomst -----

De drie getallen zijn 25, 38 en 32.

----- Controleren -----

$$25 + 38 + 32 = 95$$

De som van de drie getallen is 95.

$$38 - 25 = 13$$

$$38 - 32 = 6$$

De som van de getallen en de verschillen tussen de getallen komen overeen met wat in de opdracht staat.

----- Voorbeeld 2 -----

We zoeken een getal. We nemen de som van de helft, een derde, een zesde en een achtste van het getal. Daar trekken we twee van af en dan krijgen we het getal zelf. Welk getal zoeken we?

Oplossing

Het getal is 16.

Uitleg:

----- Gegeven en gevraagd -----

Gegeven: We zoeken een getal

We nemen de som van de helft, een derde, een zesde en een achtste van het getal.

Daar trekken we twee van af en dan krijgen we het getal zelf.

Gevraagd: Wat is het getal?

----- Tussenschappen -----

Stap 1: Schrijf als formule.

Het te vinden getal is x .

De helft van het getal is $\frac{x}{2}$

Een derde van het getal is $\frac{x}{3}$

Nummerpuzzels

Een zesde van het getal is $\frac{x}{6}$.

Een achtste van het getal is $\frac{x}{8}$.

De som van de vier breuken minus twee is:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} + \frac{x}{8} - 2$$

Stap 2: Schrijf als vergelijking.

We kunnen nu de volgende vergelijking opstellen:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} + \frac{x}{8} - 2 = x$$

Stap 3: Los de vergelijking op.

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} + \frac{x}{8} - 2 = x$$

$$\frac{12x + 8x + 4x + 3x}{24} - 2 = x$$

| kleinste gemeenschappelijke noemer is 24

| neem gelijksoortige termen samen

$$\frac{27x}{24} - 2 = x$$

| vereenvoudig

$$\frac{9}{8}x - 2 = x$$

$$-\frac{9}{8}x - \frac{9}{8}x$$

$$-2 = \frac{8}{8}x - \frac{9}{8}x$$

$$-2 = -\frac{1}{8}x$$

$$+\frac{1}{8} \quad +\frac{1}{8}$$

$$16 = x$$

----- Einduitkomst -----

Het getal dat we zoeken is 16.

----- Controle -----

Het nummer dat moet worden gevonden is $x = 16$.

De helft van 16 is 8.

Een derde van 16 is $\frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$.

Een zesde van 16 is $\frac{16}{6} = 2\frac{2}{3}$.

Een achtste van 16 is 2.

Twee aftrekken van de som geeft:

$$8 + 5\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} + 2 - 2 = 16.$$

Dit komt overeen met wat in de opdracht staat. Het antwoord is juist.

Afstand (reis) sommen

Bij afstand (reis) sommen gaat het vaak over twee of meer personen die zich in een bepaalde richting bewegen. Dit kan in dezelfde richting zijn, naar elkaar toe of van elkaar af. Meestal hebben die personen een verschillende snelheid.

Bij het maken van een verhaalsom wordt dit stappenschema gevolgd:



- Stap 1: gegeven en gevraagd
- Stap 2: tussenstappen
- Stap 3: einduitkomst.

----- Voorbeeld -----

Marieke haalt haar oma op van het station. Ze ziet haar oma voor het station staan. Op dat moment zijn ze nog 150 meter van elkaar verwijderd. Ze rennen naar elkaar toe. Oma rent met 1,5 meter per seconde en Marieke rent met 3,5 meter per seconde.

Hoeveel seconden duurt het tot ze bij elkaar zijn? En op hoeveel meter afstand van het station staan ze dan?

Oplossing:

Marieke en haar oma ontmoeten elkaar na 30 seconden. Dit is op 45 meter afstand van het station.

Uitleg:

----- Gegeven en gevraagd -----

Gegeven: Marieke en haar oma zijn 150 meter van elkaar verwijderd
 Marieke rent met 3,5 meter per seconde naar oma
 oma rent met 1,5 meter per seconde naar Marieke.

Gevraagd: Hoeveel seconde duurt het tot ze bij elkaar zijn?
 Op hoeveel meter afstand van het station staan ze dan?

----- Tussenstappen -----

Stap 1: Schrijf als formule.

Voor de afstand die Marieke aflegt gebruiken we de onbekende variabele x .

De totale afstand is 150.

De afstand in meter die Marieke aflegt is $3.5x$.

De afstand in meter die oma aflegt is $1.5x$.

Stap 2: Schrijf als vergelijking.

De totale afstand tussen Marieke en haar oma is 150 meter. De vergelijking die hierbij hoort is:

$$3,5 \cdot x + 1,5 \cdot x = 105$$

Stap 3: Los de vergelijking op.

Afstand (reis) sommen

$$\begin{aligned}3,5x + 1,5x &= 150 \text{ (werk de haakjes weg)} \\5x &= 150 \\+ 5 & \quad + 5 \\x &= 30\end{aligned}$$

----- Einduitkomst -----

Het duurt 30 seconden tot Marieke en oma bij elkaar zijn.

Oma legt in de 30 seconden af $1,5 \cdot 30 = 45$ meter af. Ze ontmoeten elkaar op 45 meter afstand van het station.

----- Controleren -----

Bij het oplossen van verhaalsommen met behulp van vergelijkingen kun je je antwoord controleren.

Het aantal seconden dat het duurt tot Marieke en oma elkaar ontmoeten staat gelijk aan:

$$3,5 \cdot x + 1,5 \cdot x = 105$$

Vul in $x = 30$ en kijk of links en rechts gelijk is:

$$3,5 \cdot 30 + 1,5 \cdot 30 = 105$$

Door het invullen van $x = 30$ is de linkerkant en de rechterkant van de vergelijking gelijk.

In 30 seconde is oma 45 meter van het station verwijderd. Dit kun je controleren door $x = 30$ in te vullen:

$$1,5 \cdot 30 = 45$$

Dit betekent dat beide antwoorden kloppen.

Verhaalsommen zijn gemakkelijk op te lossen wanneer we **stap voor stap** te werk gaan.

Bij het maken van een verhaalsom wordt dit stappenschema gevolgd:



- Stap 1: Gegeven en gevraagd.
- Stap 2: Tussenstappen.
- Stap 3: Einduitkomst.

Stap 1: Gegeven en gevraagd

Begin met het goed lezen van de verhaalsom. Als je het na één keer lezen niet begrijpt, lees je de verhaalsom nog één of twee keer. Zorg ervoor dat je goed begrijpt wat je moet uitrekenen.

Schrijf de gegeven informatie en wat gevraagd wordt op.

Stap 2: Tussenstappen

Bij het maken van verhaalsommen moet je zelf bepalen welke tussenstappen nodig zijn.

Een tussenstap kan zijn:

- Het kiezen van variabelen
- Het opstellen van een vergelijking
- Het oplossen van een vergelijking
- Het berekenen van een variabele

Stap 3: Einduitkomst

Bereken nu de einduitkomst en controleer of je antwoord klopt.

----- Voorbeeld -----

Nick is twee keer zo oud als Tim. Over vier jaar is Nick 30 jaar oud. Hoe oud is Tim?

Oplossing:

Tim is 13 jaar oud.

Uitleg:

----- Gegeven en gevraagd -----

Gegeven: Nick is twee keer zo oud als Tim.
Over vier jaar is Nick 30 jaar oud.

Verhaalsommen oplossen

Gevraagd: Hoe oud is Tim?

----- Tussenstappen -----

Stap 1: Schrijf de gegevens als vergelijking.

Variabele x staat voor de leeftijd van Tim.

Nick is twee keer zo oud als Tim: Zijn leeftijd is nu: $2x$.

Over vier jaar is Nick 30 jaar oud: Zijn leeftijd is dan: $2x + 4 = 30$.

Stap 2: Los de vergelijking op met de balansmethode

$$2x + 4 = 30$$

$$\begin{array}{r} -4 \\ -4 \end{array}$$

$$2x = 26$$

$$\begin{array}{r} \div 2 \\ \div 2 \end{array}$$

$$x = 13$$

----- Einduitkomst en controle -----

Tim is 13 jaar oud.

Controleer of dit klopt: $13 \cdot 2 + 4 = 30$ Klopt!

----- Voorbeeld -----

Een marktkoopman besluit appels te verkopen op de markt. Hij betaalt €80 per dag voor zijn kraam en wil minimaal €40 winst maken. De marktkoopman betaalt zelf €18 voor 15 kilo appels. Hij kan per kilo appels €2 vragen. Hoeveel kilo appels moet hij per dag verkopen om genoeg te verdienen?

Oplossing:

De marktkoopman moet 150 kilo appels verkopen.

Uitleg:

----- Gegeven en gevraagd -----

Gegeven: De kosten van de marktkoopman zijn €80 per dag voor zijn kraam en €18 voor 15 kilo appels.
Zijn opbrengst is €2 per kilo appels.
De marktkoopman wil per dag €40 verdienen.

Gevraagd: Hoeveel kilo appels moet de marktkoopman per dag verkopen om genoeg te verdienen?

Verhaalsommen oplossen

----- Tussenstappen -----

Stap 1: Kies een variabele.Variabele **x** staat voor het aantal kilo appels.**Stap 2:** Bereken hoeveel de koopman betaalt per kilo appels.De kostprijs is: $18 \div 15 = \text{€}1,20$ per kilo appels.**Stap 3:** Schrijf de kosten en omzet per dag als formule:

Kosten = $\text{€}80 + \text{€}1,20 \cdot x$

Omzet = $\text{€}2,00 \cdot x$

Stap 4: Stel een vergelijking op en bereken **x**.

verdiensen = omzet - kosten

$$40 = 2,00 \cdot x - (80 + 1,20 \cdot x) \quad | \quad \text{werk de haakjes weg}$$

$$40 = 2,00x - 80 - 1,20x \quad | \quad \text{neem gelijke termen samen}$$

$$40 = 0,80x - 80$$

$$+ 80 \quad + 80$$

$$120 = 0,80x$$

$$\div 0,80 \quad \div 0,80$$

$$150 = x$$

----- Einduitkomst en controle -----

De marktkoopman moet dus **150 kilo** appels verkopen om genoeg te verdienenControleer of dit klopt: $2,00 \cdot 150 - (80 + 1,20 \cdot 150) = 40 \rightarrow$ Klopt!